

Costanti matematiche in natura e nelle arti: i solidi platonici



di Pier Francesco Sciuto

A partire dai minerali

Quando si visita una collezione di reperti geologici, tra gli aspetti subito più appariscenti spiccano i colori vivaci dei minerali. Via via che ci si avvicina, l'attenzione andrà a cadere sulla forma geometrica dei diversi cristalli, con la ricchezza e varietà di forme possibili non solo in sostanze diverse, ma anche in una medesima sostanza. Un esempio: la pirite, minerale molto comune, si presenta spesso in cristalli cubici, il cui reticolo cristallino è appunto un cubo, ma è reperibile anche in cristalli che, pur basandosi sullo stesso reticolo, hanno forme di ottaedro o di altri solidi geometrici più complessi: ad esempio il dodecaedro, figura solida provvista di dodici facce pentagonali.

È anche abbastanza frequente osservare due o più forme cristalline diverse in un unico esemplare. Da questo punto di vista, si può dire che il rinvenimento di forme semplici, riconducibili a un'unica forma poliedrica, costituisca, più che la regola, l'eccezione. Per chi voglia acquisire dimestichezza con le forme geometriche solide, la storia dell'arte offre un campo di ricerca vasto e accessibile. In particolare, i solidi platonici sono un ottimo aiuto in questa esplorazione.



Ekkehard Neumann, *I cinque solidi platonici* (da sinistra a destra: icosaedro, dodecaedro, cubo, ottaedro, tetraedro), 1996, acciaio, ciascun elemento h. m. 1 circa, Steinfurt, Bagno Park (photo credits Thorsten Arendt).

I cinque poliedri

Non sappiamo chi per primo abbia affrontato lo studio dei solidi platonici. Quel che è certo è che un'indagine sistematica sui poliedri, ovvero i solidi delimitati da un numero finito di facce piane poligonali, prende il via con la civiltà greca. La prima testimonianza scritta è quella di Platone (428 – 347 a.C.). Nel *Timeo*, il grande filosofo dà conto di cinque poliedri convessi regolari. Si tratta dei cinque solidi che, in seguito, verranno appunto ricordati come “platonici”. Essi sono, nell'ordine: il tetraedro regolare dotato di quattro facce a forma di triangolo equilatero; il cubo o esaedro con sei facce di forma quadrata; l'ottaedro, racchiuso in otto triangoli equilateri; il dodecaedro, delimitato da dodici pentagoni regolari; l'icosaedro, con venti facce a forma di triangolo equilatero.

L'individuazione e la descrizione dei cinque poliedri regolari si fanno tradizionalmente risalire alla scuola pitagorica (530 – 450 a.C. circa). Sicuramente documentato è l'accostamento, sempre ad opera dei pitagorici, tra i poliedri regolari e i quattro elementi costitutivi del cosmo: terra, acqua, fuoco, aria. Elementi costitutivi su cui molti altri studiosi sarebbero

ritornati, e tra di essi Empedocle di Agrigento (484/481- 424/421 a.C.), che li reputava essere “radici” (ρίζματα, *rizòmata*) di tutte le cose. I solidi platonici divennero così importanti nel panorama culturale ellenico, da essere stabilmente associati alle prospettive scientifiche e gnoseologiche che via via si imponevano all’attenzione. In essi si aveva il corrispettivo visuale, immaginativo, di una sorta di “teoria del tutto”. Il fuoco, più leggero, doveva essere costituito da tetraedri, mentre la terra, nella sua stabilità, da cubi. L’acqua, elemento scorrevole, aveva affinità con l’icosaedro, il solido più affine alla sfera e dunque il più facile al rotolamento. L’aria veniva enigmaticamente associata all’ottaedro. Il dodecaedro, infine, veniva posto a simbolo dell’universo e dell’elemento cristallino che ne era costitutivo, l’etere. A loro volta, i solidi platonici divennero emblemi della medicina umorale di Ippocrate (460 circa -377 circa a.C.) in cui le categorie degli esseri umani potevano essere classificate in base ai quattro fondamentali temperamenti (sanguigno, melanconico, collerico, flemmatico). Infine anche i colori (nero, bianco, giallo e rosso) vennero integrati nel sistema di pensiero poliedrico.



Albrecht Dürer, *Melencolia I*, 1514, incisione a bulino, cm. 23,9 x 18,9 (Wikimedia).

Un'opera d'arte che, in pieno Rinascimento, recepisce e sintetizza il pensiero classico nella fattispecie matematico-geometrica, è *Melencolia I*, la

celebre incisione a bulino realizzata nel 1514 da Albrecht Dürer. Numerosi elementi simbolici (un quadrato magico, i simboli del lavoro, della misura e della distanza) vi si trovano riuniti, per evocare lo stato emotivo, apparentato col fervore imperscrutabile della creatività e delle idee, di cui si parla nel titolo. Durer introduce anche un misterioso poliedro, sorta di cubo con due vertici troncati. Nell'incisione si osserva una figura centrale femminile, scura in volto (la *nigredo* della dottrina alchemica) interpretabile in termini di "umor melanconico" o "accidia". Sullo sfondo un sole nero. La figura centrale è alata ed è dunque presumibile che si risolleverà dalla sua condizione verso uno stato che si preannuncia di perfezione. Lo stesso significato è attribuibile al sole nero, eclissato, ma coronato da un arcobaleno.

La prospettiva di perfezione e purificazione è simboleggiata anche dal quadrato magico visibile in alto a destra. È una matrice numerica nella quale il 34 è simbolo di perfezione, essendo la somma di ogni riga, di ogni colonna, delle diagonali. Nei quadrati magici, tale somma è detta costante magica. Il numero è formato da 3 e 4: in alchimia, il 3 corrisponde ai tre principi del mondo materiale (zolfo, sale, mercurio) mentre il numero 4 rimanda alla quadripartizione della Grande Opera, ovvero la Natura. La tradizione dei quadrati magici affonda le proprie radici intorno al 2000 a.C. e giunge fino ai nostri giorni. La loro introduzione nel mondo occidentale risale al XIV secolo. A fare da tramite, fonti arabe, a loro volta debentrici della cultura indiana e cinese.

<i>SOLIDO</i>	<i>ELEMENTO</i>	<i>UMORE</i>	<i>COLORE</i>
ESAEDRO (CUBO)	TERRA	MELANCONICO	NERO
ICOSAEDRO	ACQUA	FLEMMAICO	BIANCO
OTTAEDRO	ARIA	COLLERICO	GIALLO
TETRAEDRO	FUOCO	SANGUIGNO	ROSSO
DODECAEDRO	UNIVERSO (ETERE, QUINTESSENZA)		

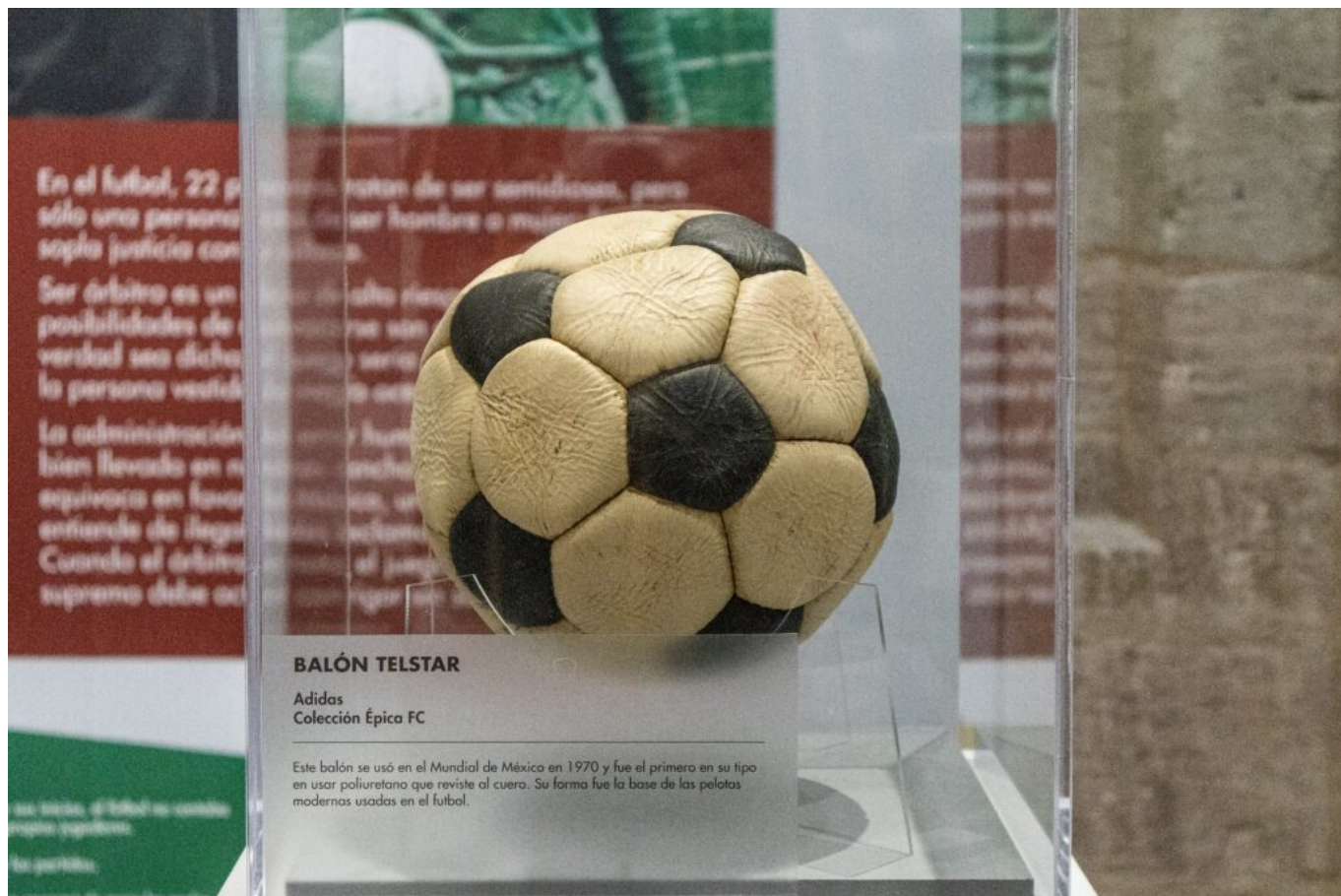
<i>SOLIDO</i>	<i>GIORNO</i>	<i>STAGIONE</i>	<i>ETA'</i>	<i>ALCHIMIA</i>
ESAEDRO (CUBO)	NOTTE	INVERNO	VECCHIAIA	NIGREDO (PUTREFAZIONE)
ICOSAEDRO	ALBA	PRIMAVERA	FANCIULLEZZA	ALBEDO (PURIFICAZIONE)
OTTAEDRO	MERIGGIO	ESTATE	GIOVINEZZA	CITRINITAS (DISTILLAZIONE)
TETRAEDRO	TRAMONTO	AUTUNNO	MATURITA'	RUBEDO (SUBLIMAZIONE)

La concezione classica e medievale delle connessioni fra solidi platonici e: a) elementi, umori e colori; b) fasi del giorno, stagioni, età della vita, fasi alchemiche.

Nella visione classica e medievale delle connessioni fra i solidi platonici e gli umori, gli elementi e i colori, vi è una gerarchia conoscitiva, i cui gradi simboleggiano le quattro sfere materiali che il neofita deve percorrere per innalzarsi a Dio. La terra rappresenta il caos e le tenebre dei profani; l'acqua, ovvero il battesimo, è l'emblema della rigenerazione esteriore mediante il trionfo sulle tentazioni; l'aria designa la verità divina che illumina l'intelletto del neofita; il fuoco, o grado supremo, apre il cuore all'amore divino. La dottrina alchemica tematizza i solidi platonici, attribuendo loro ulteriori significati e sfumature, a partire proprio dalla lettura del *Timeo*, testo conosciutissimo attraverso le traduzioni latine fattene da Cicerone e da Calcidio. Tale è l'importanza attribuita nei secoli a tale opera che, nella *Scuola di Atene* affrescata da Raffaello, la figura di Platone posta al centro della parte superiore, con alla propria sinistra Aristotele, regge proprio il *Timeo*.

Altri poliedri

La sfera è ben presente nel *corpus* del pensiero pitagorico, ma senza che le venga attribuito uno specifico significato. Essa viene invece studiata da Euclide, il quale dedica il tredicesimo e ultimo libro degli *Elementi* alla trattazione dei cinque solidi platonici da un punto di vista esclusivamente scientifico, per calcolare le caratteristiche di ciascuno. Dopo Euclide, anche Archimede (287 circa – 212 a.C.) e Apollonio di Perga (262 – 190 a.C.) si occupano dei solidi platonici. Vengono così distinti e descritti tredici nuovi poliedri, detti archimedei o semiregolari. L'importanza di questi poliedri sta nel fatto che sono molto diffusi in natura. Ne è un esempio il *Clathrus ruber*, fungo la cui forma corrisponde a un icosaedro troncato. Ma come sempre, tra natura, scienza e immaginario collettivo il passo è più breve di quanto non si pensi, e dà luogo a metamorfosi sorprendenti.



Pallone Adidas Telstar d'epoca esposto nella mostra "¿De qué color pinta el verde?", Città del Messico, El Colegio Nacional, 2026 (Wikimedia).

Risponde infatti all'icosaedro troncato la forma del classico pallone da calcio formato da dodici facce pentagonali nere e venti facce esagonali bianche, per un totale di novanta spigoli e sessanta vertici. Fu l'azienda Adidas a brevettare questo modello, adottato nel Campionato Europeo svoltosi in Italia nel 1968 e nella Coppa del Mondo del 1970, giocata in Messico, e che resta a tutt'oggi un archetipo insuperato. Esso fu chiamato Telstar, per analogia col satellite che, all'epoca, assicurava i collegamenti televisivi intercontinentali. L'alternanza di bianco e nero voleva assicurare una migliore visione televisiva rispetto al classico pallone a strisce di cuoio marrone. Una quindicina di anni più tardi, nel 1985, i chimici Harold Kroto, Robert Curl e Richard Smalley elaborarono un composto le cui molecole erano formate da sessanta atomi di carbonio, legati in modo da formare la molecola C₆₀, il Fullerene. Per questa scoperta e i suoi sviluppi tecnologici, i tre ricevettero nel 1996 il premio Nobel per la Chimica. Da notare che la famiglia di composti nota come fullereni prende il nome da Richard Buckminster Fuller (1895-1983), il designer e architetto che aveva teorizzato le cupole geodetiche come soluzione futuribile per la copertura e climatizzazione di spazi piccoli, grandi e grandissimi, fino alla dimensione urbana. Nei fullereni, gli atomi di carbonio sono disposti nei sessanta vertici dell'icosaedro troncato, la stessa struttura sottesa al pallone da

calcio Telstar.

BIBLIOGRAFIA

- Archimede, *Opere*, a cura di A. Frajese, UTET, Torino 1974.
- C.B. Boyer, *Storia della matematica*, Mondadori, Milano 1991.
- Euclide, *Gli elementi*, a cura di A. Frajese e L. Maccioni, UTET, Torino 1970.
- Platone, *Timeo*, a cura di F.M. Petrucci, introduzione di F. Ferrari, Fondazione Lorenzo Valla/Mondadori, Milano 2022.

Homepage: Raffaello Sanzio, La Scuola di Atene (particolare), 1509-1511, affresco, il totale cm. 770 x 500, Roma, Città del Vaticano, Stanze Vaticane (Wikimedia).

Sotto: Richard Buckminster Fuller, Cupola geodesica (Spoletosfera), 1967, elementi prefabbricati in metallo, Ø m. 21, Spoleto (Manuela Rosi/Wikimedia).

